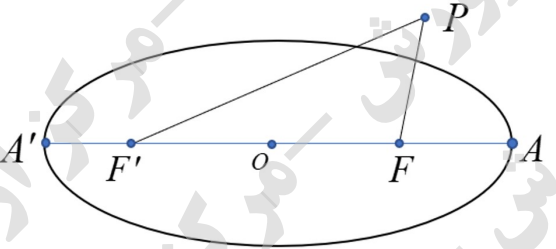
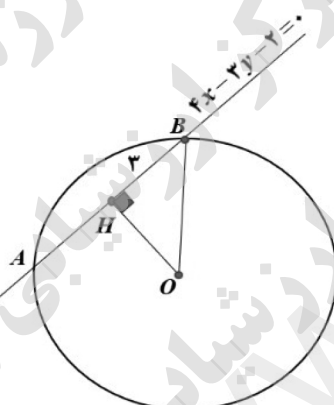


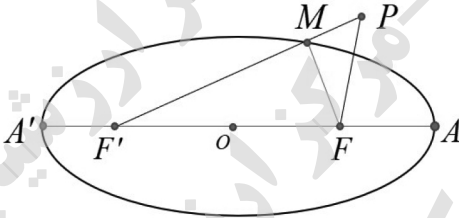
سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۳		تعداد صفحه: ۲		رشته:		ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح	
دوازدهم		تاریخ آزمون:		۱۴۰۳/۰۵/۲۳		نام و نام خانوادگی:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳									
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir									
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.								
نمره									
سؤالات فصل اول									
۰.۵	درستی یا نادرستی هر یک از عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) برای هر دو ماتریس مربعی هم مرتبه A و B ، در حالت کلی رابطه $(A-B)(A+B) = A^2 - B^2$ برقرار است. ب) وارون هر ماتریس مربعی در صورت وجود منحصر به فرد است.								
۱.۲۵	ماتریس های $A = \begin{bmatrix} -1 & m \\ -2 & m \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ چنان هستند که $C = 3A + 2B$ ماتریس قطری است. مقدار m و مجموع درایه های قطر اصلی ماتریس C را حساب کنید.								
۱	۳ با فرض $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس A^5 را محاسبه کنید.								
۱.۲۵	۴ الف) اگر A ماتریس 2×2 و اسکالر باشد و $a_{22} = 3$ در این صورت A و $ A $ را بیابید. ب) دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 0 & d & 0 \\ e & 0 & f \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ka & kb & kc \\ 0 & d & 0 \\ e & 0 & f \end{bmatrix}$ ، k (عددی حقیقی است) را در نظر بگیرید. با محاسبه $ A $ و $ B $ نشان دهید که: $ B = k A $.								
۱.۵	۵ دستگاه $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.								
سؤالات فصل دوم									
۰.۵	۶ برای هر یک از عبارت های (الف) و (ب) مورد مناسب را از بین کلمات (سهمی - بیضی - نقطه) انتخاب کرده و در پاسخ برگ وارد کنید (یک مورد اضافی است). الف) فصل مشترک یک صفحه و یک سطح مخروطی در حالتی که صفحه بر محور سطح مخروطی عمود بوده و از راس آن بگذرد. ب) مکان هندسی نقاطی از یک صفحه که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند.								
۱.۵	۷ نقطه A و خط d در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از A به فاصله ۲ سانتی متر و از خط d به فاصله ۳ سانتی متر باشد. (درباره تعداد جواب های مسأله بحث کنید).								
۱.۵	۸ مقدار m را چنان تعیین کنید که دایره به معادله $x^2 + y^2 + 2x - 2y + m = 0$ با دایره به مرکز $O(2, -3)$ و شعاع ۳ مماس بیرون باشد.								

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۳	تعداد صفحه: ۲	رشته:	ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳				
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir				
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			
۹	معادله دایره‌ای را بنویسید که $O(1,-1)$ مرکز آن بوده و روی خط به معادله $4x - 3y = 2$ و تری به طول ۶ جدا کند.			
۱۰	<p>الف) خروج از مرکز یک بیضی با اندازه قطرهای ۴ و ۶ را بیابید.</p> <p>ب) نقطه P بیرون بیضی با قطر بزرگ $AA' = 2a$ و کانون‌های F و F' مفروض است. ثابت کنید: $PF + PF' > 2a$ (رسم شکل در پاسخ‌برگ الزامی است).</p> 			
۱۱	سه‌می به معادله $4y^2 - 4x = 4y^2$ داده شده است. مختصات راس و کانون و معادله خط هادی سهمی را به‌دست آورید.			
۱۲	سؤالات فصل سوم			
	<p>جاهای خالی را با عبارت یا اعداد مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) معادله صفحه گذرنده از نقطه $A(2,3,-1)$ و عمود بر محور x ها به صورت می‌باشد.</p> <p>ب) اگر $A(-1,0,3)$ و $B(5,2,-3)$ مختصات نقطه M وسط پاره‌خط AB به صورت است.</p> <p>پ) برای هر دو بردار دلخواه \vec{a} و \vec{b}، حاصل $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$ برابر می‌باشد.</p> <p>ت) حاصل $(\vec{j} \times \vec{i}) - 2\vec{k}$ برابر است.</p>			
۱۳	برای هر دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} ثابت کنید: $ \vec{a} \cdot \vec{b} \leq \vec{a} \vec{b} $. (منظور از $ \vec{a} \cdot \vec{b} $ قدر مطلق مقدار $\vec{a} \cdot \vec{b}$ می‌باشد).			
۱۴	فرض کنید $\vec{a} = (\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ و $\vec{b} = (1,0,1)$ ، تصویر قائم بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ را بر امتداد بردار \vec{b} به‌دست آورید.			
۱۵	نقاط $A(1,0,0)$ و $B(0,-2,0)$ و $C(0,0,3)$ داده شده‌اند. ابتدا حاصل $\vec{AB} \times \vec{AC}$ را محاسبه کرده و سپس به کمک آن مساحت مثلث ABC را به‌دست آورید.			
۱۶	حجم متوازی السطوح ایجاد شده توسط بردارهای $\vec{a} = (0,-1,1)$ و $\vec{b} = (1,0,-1)$ و $\vec{c} = (0,-1,-1)$ را بیابید.			

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی و فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir			
ردیف	راهنمای تصحیح		
۱	الف) نادرست (۵/۲۵) صفحه ۲۱ کتاب درسی ب) درست (۵/۲۵) صفحه ۲۳ کتاب درسی		
۲	صفحات ۱۲ و ۱۶ کتاب درسی $C = 3A + 2B = \begin{bmatrix} -3 & 3m \\ -6 & 3m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3m-6 \\ 0 & 3m+2 \end{bmatrix}$ (اگر به صورت مستقیم ماتریس C محاسبه شده بود (۵/۷۵) نمره داده شود.) $\frac{3m-6=0 \Rightarrow 3m=6 \Rightarrow m=2}{\text{۵/۲۵}} \Rightarrow C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه های قطراسلی} = 9 \quad (۵/۲۵)$		
۳	صفحه ۲۰ کتاب درسی <u>روش اول:</u> $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = 2I \Rightarrow A^4 = A^2 \times A^2 = (2I) \times (2I) = 4I^2 = 4I$ $\Rightarrow A^5 = A \times A^4 = A \times (4I) = 4A \quad \text{یا} \quad A^5 = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$ <u>روش دوم:</u> $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = 2I \Rightarrow A^3 = A \times A^2 = A \times (2I) = 2A$ $\Rightarrow A^5 = A^2 \times A^3 = (2I) \times (2A) = 4A \quad \text{یا} \quad A^5 = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$ <u>روش سوم:</u> $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^3 = A \times A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow A^4 = A \times A^3 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^5 = A \times A^4 = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$ در صورتی که دانش آموزان محترم با پنج بار متوالی ضرب ماتریس توان پنجم ماتریس را به دست آورده باشند، به پاسخ نمره کامل تعلق گیرد		

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی و فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir			
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	
۴	<p>الف) صفحه ۳۰ کتاب درسی</p> $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A = 9 \quad \text{○/۲۵}$ <p>ب) صفحه ۳۱ کتاب درسی</p> $\begin{vmatrix} a & b & c & a & b \\ 0 & d & 0 & 0 & d \\ e & 0 & f & e & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow A = (adf + 0 + 0) - (edc + 0 + 0) = adf - edc \quad \text{○/۵}$ $\begin{vmatrix} ka & kb & kc & ka & kb \\ 0 & d & 0 & 0 & d \\ e & 0 & f & e & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow B = kadf - kedc = k(adf - edc) = k A \quad \text{○/۲۵}$ <p>چنانچه مقدار دترمینان ماتریس های A و B به روش بسط نسبت به یک سطر یا ستون به دست آمده باشد هر مورد ۰/۵ نمره و به مقایسه و نتیجه گیری هم ۰/۲۵ نمره تعلق گیرد</p>	۱.۷۵	
۵	<p>صفحه ۲۵ کتاب درسی</p> $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A = 6 - 4 = 2, A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \text{ (○/۲۵)} \\ y = 2 \text{ (○/۲۵)} \end{cases}$ <p>نگارشی دیگر:</p> $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A = 6 - 4 = 2, A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1/2 & 3/2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1/2 & 3/2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \text{ (○/۲۵)} \\ y = 2 \text{ (○/۲۵)} \end{cases}$	۱.۵	
۶	<p>الف) نقطه (○/۲۵) صفحه ۳۵ کتاب درسی</p> <p>ب) سهمی (○/۲۵) صفحه ۵۱ کتاب درسی</p>	۰.۵	
۷	<p>صفحه ۳۹ کتاب درسی</p> <p>مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه A به فاصله ۲cm باشند، دایره ای به مرکز A با شعاع ۲cm می باشد (○/۲۵) و مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ۳cm باشند، دو خط L و L' موازی با d و به فاصله ۳cm از آن هستند (○/۲۵). نقطه برخورد آن دایره با این دو خط موازی (L و L')، جواب مسأله است. (○/۲۵)</p> <p>بحث در وجود جواب:</p> <p>حالت اول: دایره یکی از خطوط L یا L' را در دو نقطه قطع می کند. در این حالت مسأله دو جواب دارد. (○/۲۵)</p> <p>حالت دوم: دایره بر یکی از خطوط L یا L' مماس است. در این حالت مسأله یک جواب دارد. (○/۲۵)</p> <p>حالت سوم: دایره هیچ یک از خطوط L و L' را قطع نمی کند. در این حالت مسأله فاقد جواب است. (○/۲۵)</p> <p>(اگر حالت های بالا با رسم شکل بیان شده باشد به هر حالت (○/۲۵) نمره تعلق گیرد.)</p>	۱.۵	

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	<p>صفحه ۴۶ کتاب درسی</p> <p>$O(2, -3), r = 3$</p> <p>$O'(-1, 1), r' = \frac{1}{2}\sqrt{8-4m} = \sqrt{2-m}$</p> <p>$d = OO' = \sqrt{9+16} = 5, r+r' = d \Rightarrow 3 + \sqrt{2-m} = 5 \Rightarrow \sqrt{2-m} = 2 \Rightarrow 2-m = 4 \Rightarrow m = -2$</p> <p>نگارشی دیگر:</p> <p>$O'(-1, 1), r' = \frac{1}{2}\sqrt{8-4m}$</p> <p>$d = OO' = \sqrt{9+16} = 5, r+r' = d \Rightarrow 3 + \frac{1}{2}\sqrt{8-4m} = 5 \Rightarrow \sqrt{8-4m} = 4 \Rightarrow 8-4m = 16 \Rightarrow m = -2$</p>	۱.۵
۹	<p>صفحه ۴۳ کتاب درسی</p> <p>شعاع عمود بر وتر آن وتر را نصف می کند، لذا $HB = 3$.</p> <p>(یا تعیین HB روی شکل (۵/۲۵) نمره)</p> <p>$OH = \frac{ 4+3-2 }{\sqrt{16+9}} = \frac{5}{5} = 1 \Rightarrow r^2 = OH^2 + HB^2 = 1+9 = 10$</p> <p>معادله دایره: $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 10$</p> 	۱.۲۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	<p>الف) صفحه ۴۹ کتاب درسی</p> <p>روش اول:</p> $\begin{cases} 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \\ 2b = 4 \Rightarrow b = 2 \end{cases}, \quad \underbrace{a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 9 = 4 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{5}}_{\circ/25} \Rightarrow \underbrace{e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}}_{\circ/25}$ <p>روش دوم:</p> $\begin{cases} 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \\ 2b = 4 \Rightarrow b = 2 \end{cases}, \quad \underbrace{e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}}_{\circ/25}$ <p>ب) صفحه ۴۷ کتاب درسی</p> <p>محل تلاقی PF' با بیضی را M می نامیم (یا مشخص کردن M روی شکل). $(\circ/25)$</p>  <p>در مثلث PMF بنا بر قضیه نامساوی مثلث داریم: $\underbrace{PF + MP}_{\circ/25} > MF$</p> <p>پس با افزودن MF' به طرفین نامساوی خواهیم داشت:</p> $\underbrace{PF + \overbrace{MP + MF'}^{PF'}}_{\circ/25} > MF + MF' \Rightarrow \underbrace{PF + PF'}_{\circ/25} > 2a$ <p>نگارشی دیگر:</p> <p>محل تلاقی PF' با بیضی را M می نامیم (یا مشخص کردن M روی شکل). $(\circ/25)$</p> $PF + PF' = \underbrace{PF + \overbrace{PM + MF'}^{PF'}}_{\circ/25} > \underbrace{MF + MF'}_{\circ/25} = \underbrace{2a}_{\circ/25}$	۱.۲۵
۱۱	<p>صفحه ۵۵ کتاب درسی</p> $\underbrace{y^2 - 4y = 4x \Rightarrow y^2 - 4y + 4 = 4x + 4 \Rightarrow (y - 2)^2 = 4(x + 1)}_{\circ/25}$ <p>لذا سهمی فوق یک سهمی افقی رو به راست می باشد و در آن داریم:</p> $\begin{cases} x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2 \end{cases} \Rightarrow \underbrace{S(-1, 2)}_{\circ/5} \text{ راس سهمی} \quad \text{و} \quad \underbrace{4a = 4 \Rightarrow a = 1}_{\circ/25}$ <p>خط هادی $x = -2$ $\underbrace{}_{\circ/25}$ و کانون $F(0, 2)$ $\underbrace{}_{\circ/25}$</p> <p>(اگر خواسته های سوال از روی شکل مشخص شده بود همانند بارم بندی بالا نمره تعلق گیرد.)</p>	۱.۵
۱۲	<p>الف) $x = 2$ $(\circ/25)$ صفحه ۶۶ کتاب درسی</p> <p>ب) $(2, 1, 0)$ $(\circ/25)$ صفحه ۷۶ کتاب درسی</p> <p>ت) $-3\vec{k}$ یا $(0, 0, -3)$ $(\circ/25)$ صفحه ۸۲ کتاب درسی</p> <p>پ) صفر $(\circ/25)$ صفحه ۸۲ کتاب درسی</p>	۱

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۳	<p>صفحه ۷۹ کتاب درسی</p> <p><u>روش اول:</u> فرض می کنیم θ زاویه بین دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} باشد، در این صورت:</p> $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta \Rightarrow \underbrace{ \vec{a} \cdot \vec{b} }_{\circ/۵} = \underbrace{ \vec{a} \vec{b} }_{\circ/۵} \cos \theta \leq \underbrace{ \vec{a} \vec{b} }_{\circ/۵} (1) = \vec{a} \vec{b} $ <p><u>روش دوم:</u> فرض می کنیم $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ در این صورت:</p> $ \vec{a} \cdot \vec{b} \leq \vec{a} \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} ^2 \leq \vec{a} ^2 \vec{b} ^2 \Leftrightarrow \underbrace{(a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3)^2}_{\circ/۲۵} \leq \underbrace{(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2)}_{\circ/۲۵}$ $\Leftrightarrow \underbrace{a_1^2 b_1^2 + a_2^2 b_2^2 + a_3^2 b_3^2 + 2a_1 a_2 b_1 b_2 + 2a_1 a_3 b_1 b_3 + 2a_2 a_3 b_2 b_3}_{\circ/۲۵} \leq \underbrace{a_1^2 b_1^2 + a_1^2 b_2^2 + a_1^2 b_3^2 + a_2^2 b_1^2 + a_2^2 b_2^2 + a_2^2 b_3^2 + a_3^2 b_1^2 + a_3^2 b_2^2 + a_3^2 b_3^2}_{\circ/۲۵}$ $\Leftrightarrow \underbrace{0 \leq a_1^2 b_1^2 - 2a_1 a_2 b_1 b_2 + a_2^2 b_1^2 + a_1^2 b_3^2 - 2a_1 a_3 b_1 b_3 + a_3^2 b_1^2 + a_2^2 b_3^2 - 2a_2 a_3 b_2 b_3 + a_3^2 b_2^2}_{\circ/۲۵} \Leftrightarrow 0 \leq (a_1 b_1 - a_2 b_2)^2 + (a_1 b_1 - a_3 b_3)^2 + (a_2 b_2 - a_3 b_3)^2$ <p>چون رابطه اخیر همواره درست بوده و روابط بالا بازگشت پذیرند پس حکم همواره برقرار است. (۲۵/۰)</p>	۱
۱۴	<p>صفحات ۸۰ و ۸۴ کتاب درسی</p> $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b} = (3, -1, 1) - (1, 0, 1) = (2, -1, 0)$ $\vec{c} \cdot \vec{b} = 2 + 0 + 0 = 2$ $ \vec{b} = \sqrt{1 + 0 + 1} = \sqrt{2}$ $\Rightarrow \vec{c}' = \frac{\vec{c} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{2}{2} (1, 0, 1) = (1, 0, 1)$	۱.۷۵
۱۵	<p>صفحه ۸۴ کتاب درسی</p> $\vec{AB} = (-1, -2, 0)$ $\vec{AC} = (-1, 0, 3)$ $\Rightarrow \vec{AB} \times \vec{AC} = (-6, 3, -2) \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \vec{AB} \times \vec{AC} = \frac{1}{2} \sqrt{36 + 9 + 4} = \frac{7}{2}$	۱.۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۶	<p>صفحه ۸۳ کتاب درسی</p> <p><u>روش اول:</u></p> $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -2 \Rightarrow V = \underbrace{ \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) }_{\circ/۲۵} = -2 = 2$ <p><u>روش دوم:</u></p> $\vec{b} \times \vec{c} = -\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (-1, 1, -1) \Rightarrow \underbrace{\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})}_{\circ/۲۵} = 0 - 1 - 1 = -2 \Rightarrow V = \underbrace{ \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) }_{\circ/۲۵} = -2 = 2$ <p>(اگر برای محاسبه حجم متوازی السطوح از ترتیب های دیگر ضرب مختلط استفاده شده بود مشابه بالا نمره داده شود.)</p>	۰.۲۵